

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : /9/2017

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν f, g συναρτήσεις με πεδίο ορισμού A, B αντιστοίχως, τι ονομάζουμε σύνθεση της f με την g και ποιο είναι το πεδίο ορισμού της ; **Μονάδες 6**

A2. Να διατυπώσετε το κριτήριο παρεμβολής **Μονάδες 5**

A3. Ποτέ λέμε ότι μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού το A παρουσιάζει στο $x_0 \in A$ (ολικό) ελάχιστο ; **Μονάδες 4**

A4. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Αν η συνάρτηση f είναι παραγωγισιμη στο σημείο x_0 , τότε η f' είναι πάντοτε συνεχής στο x_0
2. Η συνάρτηση $f(x) = |x|, x \in \mathbb{R}$ είναι παραγωγισιμη στο 0
3. Αν υπάρχει το όριο της f στο x_0 , τότε : $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = \left| \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \right|$
4. Μια συνάρτηση f είναι 1-1, αν και μόνο αν για κάθε στοιχείο y του συνόλου τιμών της η εξίσωση $f(x) = y$ έχει ακριβώς μια λύση ως προς x
5. Η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{x}$ είναι γνησίως φθίνουσα στο \mathbb{R}^* **Μονάδες 10**

ΘΕΜΑ Β

B1. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \sqrt{x+1}, g(x) = \frac{2x+1}{x^2}$. Να ορίσετε την $g \circ f$

Μονάδες 8

B2. Να βρεθούν οι παράγωγοι των παρακάτω συναρτήσεων :

1. $f(x) = e^x(x^2 - x - 1)$

2. $f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

3. $f(x) = \frac{x-2}{x+1}$

Μονάδες 9

B3. Αν η συνάρτηση f είναι συνεχής στο $x_0 = 3$ και ισχύει $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - \sqrt{x+1}}{x-3} = -\frac{1}{4}$ να βρεθεί η $f'(3)$ **Μονάδες 8**

1. ☒ Ούλωφ Πάλμε & Επάφου & Χρυσίππου 1
Ζωγράφου , ☎ 210 74 88 030
2. ☒ Φανερωμένης 13
Χολαργός , ☎ 210 65 36 551
www.en-dynamei.gr



ΘΕΜΑ Γ

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \ln x$ και $g(x) = \frac{x}{1-x}$, $x \neq 1$

Γ1. Να προσδιορίσετε τη $f \circ g$ **Μονάδες 5**

Γ2. Αν $h(x) = (f \circ g)(x) = \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$, $x \in (0,1)$, να αποδείξετε ότι η συνάρτηση h αντιστρέφεται και να βρείτε την αντίστροφη της **Μονάδες 7**

Γ3. Αν $\varphi(x) = h^{-1}(x) = \frac{e^x}{e^x+1}$, $x \in \mathbb{R}$, να βρείτε $\varphi'(x)$ και να αποδείξετε ότι η γραφική παράσταση της φ' είναι πάνω από τον x' **Μονάδες 6**

Γ4. Να βρείτε τα όρια $\lim_{x \rightarrow -\infty} \varphi(x)$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x)$ και να σχεδιάσετε τις συναρτήσεις $|f|$ και $-f$. **Μονάδες 7**



Εν Δυνάμει
ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η γνησίως μονότονη συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Ισχύει :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(2)x^2 + f(1)x - 4}{x - 1} = 5$$

Δ1. Να αποδείξετε ότι $f(1) = 3$ και $f(2) = 1$ **Μονάδες 6**

Δ2. Να βρείτε το είδος της μονοτονίας της f **Μονάδες 2**

Δ3. Να λύσετε την ανίσωση : $f(f(|x| - 1) - x) - f(3 - x) < 0$ **Μονάδες 5**

Δ4. Θεωρούμε συνάρτηση $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ για την οποία ισχύει :

$$(g \circ g)(x) = g(x) + f(x^3 + 1) - 3 \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

- i. Να αποδείξετε ότι η g είναι $1 - 1$
- ii. Να λύσετε την εξίσωση : $g(f(x) - 3) - g(x^2 - 2x + 1) = g(0)$ για κάθε $x \geq 1$

Μονάδες 5 - 7